

数学试题

注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 全卷满分 120 分. 考试时间为 120 分钟. 考生应将答案全部填写在答题卡相应的位置上, 写在本试卷上无效. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 考试时不允许使用计算器.
2. 答题前, 考生务必将自己的姓名、考试号填写在试卷上, 并填涂好答题卡上的考生信息.
3. 作图必须用 2B 铅笔作答, 并请加黑加粗, 描写清楚.

一、选择题(本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是正确的)

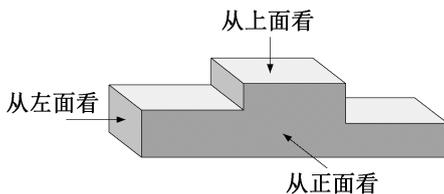
1. 计算 $a^8 \div a^2$ 的结果是

- A. a^4 B. a^6 C. a^{10} D. a^{16}

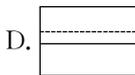
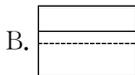
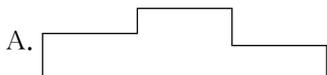
2. 若代数式 $\frac{x}{x^2-1}$ 的值是 0, 则实数 x 的值是

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 运动场上的颁奖台如图所示, 它的主视图是



(第 3 题)



4. 下列实数中, 其相反数比本身大的是

- A. -2 023 B. 0 C. $\frac{1}{2\ 023}$ D. 2 023

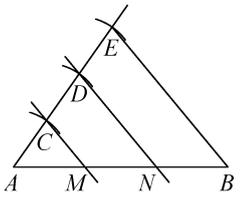
5. 2022 年 10 月 31 日, 搭载空间站梦天实验舱的长征五号 B 遥四运载火箭, 在我国文昌航天发射场发射成功. 长征五号 B 运载火箭可提供 1 078 t 起飞推力. 已知 1 t 起飞推力约等于 10 000 N, 则长征五号 B 运载火箭可提供的起飞推力约为

- A. 1.078×10^5 N B. 1.078×10^6 N C. 1.078×10^7 N D. 1.078×10^8 N

6. 在平面直角坐标系中, 若点 P 的坐标为 $(2, 1)$, 则点 P 关于 y 轴对称的点的坐标为

- A. $(-2, -1)$ B. $(2, -1)$ C. $(-2, 1)$ D. $(2, 1)$

7. 小明按照以下步骤画线段 AB 的三等分点:

画法	图形
1. 以 A 为端点画一条射线; 2. 用圆规在射线上依次截取 3 条等长线段 AC 、 CD 、 DE , 连接 BE ; 3. 过点 C 、 D 分别画 BE 的平行线, 交线段 AB 于点 M 、 N . M 、 N 就是线段 AB 的三等分点.	

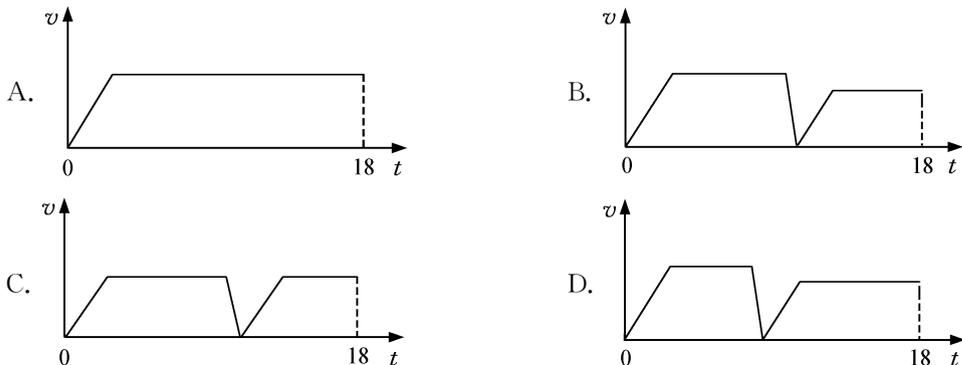
这一画图过程体现的数学依据是

- A. 两直线平行, 同位角相等
- B. 两条平行线之间的距离处处相等
- C. 垂直于同一条直线的两条直线平行
- D. 两条直线被一组平行线所截, 所得的对应线段成比例



(第 8 题)

8. 折返跑是一种跑步的形式. 如图, 在一定距离的两个标志物①、②之间, 从①开始, 沿直线跑至②处, 用手碰到②后立即转身沿直线跑至①处, 用手碰到①后继续转身跑至②处, 循环进行, 全程无需绕过标志物. 小华练习了一次 2×50 m 的折返跑, 用时 18 s. 在整个过程中, 他的速度大小 v (m/s) 随时间 t (s) 变化的图像可能是



二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. 9 的算术平方根是 ▲.

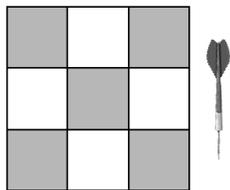
10. 分解因式: $x^2y - 4y =$ ▲.

11. 计算: $(\sqrt{3} - 1)^0 + 2^{-1} =$ ▲.

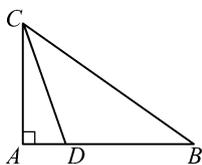
12. 若矩形的面积是 10, 相邻两边的长分别为 x 、 y , 则 y 与 x 的函数表达式为 ▲.

13. 若圆柱的底面半径和高均为 a , 则它的体积是 ▲ (用含 a 的代数式表示).

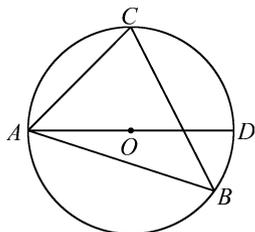
14. 如图, 飞镖游戏板中每一块小正方形的面积相等. 任意投掷飞镖 1 次且击中游戏板, 则击中阴影部分的概率是 ▲ .



(第 14 题)



(第 15 题)



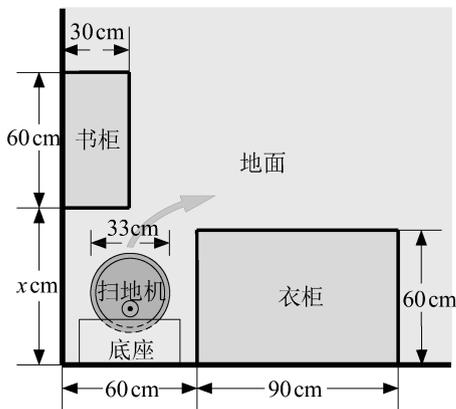
(第 16 题)

15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 点 D 在边 AB 上, 连接 CD . 若 $BD = CD$, $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{3}$,

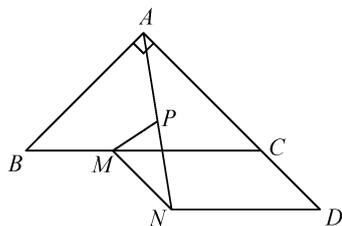
则 $\tan B =$ ▲ .

16. 如图, AD 是 $\odot O$ 的直径, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形. 若 $\angle DAC = \angle ABC$, $AC = 4$, 则 $\odot O$ 的直径 $AD =$ ▲ .

17. 如图, 小红家购置了一台圆形自动扫地机, 放置在屋子角落 (书柜、衣柜与地面均无缝隙). 在没有障碍物阻挡的前提下, 扫地机能自动从底座脱离后打扫全屋地面. 若这台扫地机能从角落自由进出, 则图中的 x 至少为 ▲ (精确到个位, 参考数据: $\sqrt{21} \approx 4.58$).



(第 17 题)



(第 18 题)

18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 4$, D 是 AC 延长线上的一点, $CD = 2$. M 是边 BC 上的一点 (点 M 与点 B 、 C 不重合), 以 CD 、 CM 为邻边作 $\square CMND$. 连接 AN 并取 AN 的中点 P , 连接 PM , 则 PM 的取值范围是 ▲ .

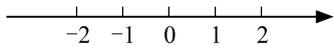
三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 84 分. 请在答题卡指定区域内作答, 如无特殊说明, 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

19. (本小题满分 6 分)

先化简, 再求值: $(x+1)^2 - 2(x+1)$, 其中 $x = \sqrt{2}$.

20. (本小题满分 8 分)

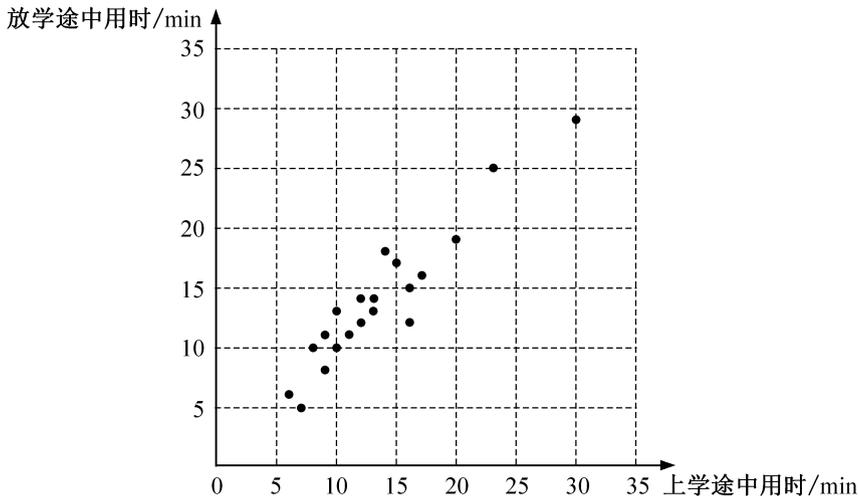
解不等式组 $\begin{cases} 4x-8 \leq 0, \\ \frac{1+x}{3} < x+1 \end{cases}$, 把解集在数轴上表示出来, 并写出整数解.



(第 20 题)

21. (本小题满分 8 分)

为合理安排进、离校时间, 学校调查小组对某一天八年级学生上学、放学途中的用时情况进行了调查. 本次调查在八年级随机抽取了 20 名学生, 建立以上学途中用时为横坐标、放学途中用时为纵坐标的平面直角坐标系, 并根据调查结果画出相应的点, 如图所示:



(第 21 题)

(1) 根据图中信息, 下列说法中正确的是 ▲ (写出所有正确说法的序号);

- ① 这 20 名学生上学途中用时都没有超过 30 min;
- ② 这 20 名学生上学途中用时在 20 min 以内的人数超过一半;
- ③ 这 20 名学生放学途中用时最短为 5 min;
- ④ 这 20 名学生放学途中用时的中位数为 15 min.

(2) 已知该校八年级共有 400 名学生, 请估计八年级学生上学途中用时超过 25 min 的人数;

(3) 调查小组发现, 图中的点大致分布在一条直线附近. 请直接写出这条直线对应的函数表达式并说明实际意义.

22. (本小题满分 8 分)

在 5 张相同的小纸条上, 分别写有: ① $\sqrt{2}$; ② $\sqrt{8}$; ③1; ④乘法; ⑤加法. 将这 5 张小纸条做成 5 支签, ①、②、③放在不透明的盒子 A 中搅匀, ④、⑤放在不透明的盒子 B 中搅匀.

(1) 从盒子 A 中任意抽出 1 支签, 抽到无理数的概率是 ▲;

(2) 先从盒子 A 中任意抽出 2 支签, 再从盒子 B 中任意抽出 1 支签. 求抽到的 2 个实数进行相应的运算后结果是无理数的概率.

23. (本小题满分 8 分)

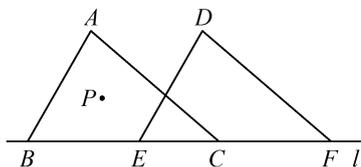
如图, B, E, C, F 是直线 l 上的四点, $AB = DE, AC = DF, BE = CF$.

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

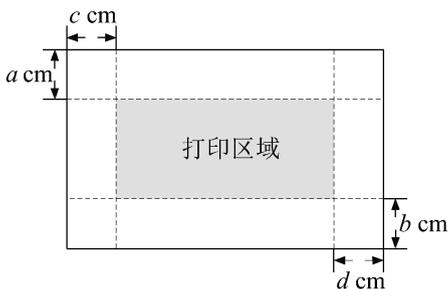
(2) 点 P, Q 分别是 $\triangle ABC, \triangle DEF$ 的内心.

① 用直尺和圆规作出点 Q (保留作图痕迹, 不要求写作法);

② 连接 PQ , 则 PQ 与 BE 的关系是 ▲ .



(第 23 题)



(第 24 题)

24. (本小题满分 8 分)

如图, 在打印图片之前, 为确定打印区域, 需设置纸张大小和页边距 (纸张的边线到打印区域的距离), 上、下、左、右页边距分别为 a cm、 b cm、 c cm、 d cm. 若纸张大小为 16 cm \times 10 cm, 考虑到整体的美观性, 要求各页边距相等并使打印区域的面积占纸张的 70% , 则需如何设置页边距?

25. (本小题满分 8 分)

在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = kx + b$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图像相交于点 $A(2, 4), B(4, n)$. C 是 y 轴上的一点, 连接 CA, CB .

(1) 求一次函数、反比例函数的表达式;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积是 6, 求点 C 的坐标.

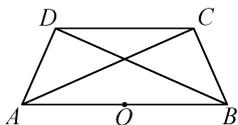
26. (本小题满分 10 分)

对于平面内的一个四边形, 若存在点 O , 使得该四边形的一条对角线绕点 O 旋转一定角度后能与另一条对角线重合, 则称该四边形为“可旋四边形”, 点 O 是该四边形的一个“旋点”. 例如, 在矩形 $MNPQ$ 中, 对角线 MP, NQ 相交于点 T , 则点 T 是矩形 $MNPQ$ 的一个“旋点”.

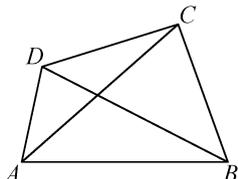
(1) 若菱形 $ABCD$ 为“可旋四边形”, 其面积是 4, 则菱形 $ABCD$ 的边长是 ▲ ;

(2) 如图 1, 四边形 $ABCD$ 为“可旋四边形”, 边 AB 的中点 O 是四边形 $ABCD$ 的一个“旋点”. 求 $\angle ACB$ 的度数;

(3) 如图 2, 在四边形 $ABCD$ 中, $AC = BD, AD$ 与 BC 不平行. 四边形 $ABCD$ 是否为“可旋四边形”? 请说明理由.



(图 1)



(图 2)

(第 26 题)

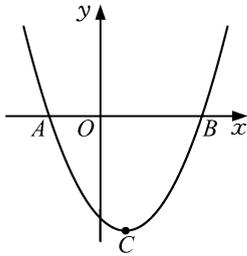
27. (本小题满分 10 分)

如图,二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx - 4$ 的图像与 x 轴相交于点 $A(-2, 0)$ 、 B , 其顶点是 C .

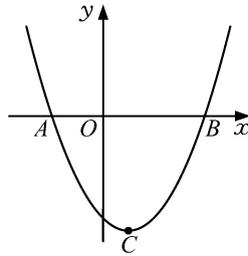
(1) $b = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$;

(2) D 是第三象限抛物线上的一点, 连接 OD , $\tan \angle AOD = \frac{5}{2}$. 将原抛物线向左平移, 使得平移后的抛物线经过点 D , 过点 $(k, 0)$ 作 x 轴的垂线 l . 已知在 l 的左侧, 平移前后的两条抛物线都下降, 求 k 的取值范围;

(3) 将原抛物线平移, 平移后的抛物线与原抛物线的对称轴相交于点 Q , 且其顶点 P 落在原抛物线上, 连接 PC 、 QC 、 PQ . 已知 $\triangle PCQ$ 是直角三角形, 求点 P 的坐标.



(第 27 题)



(备用图)

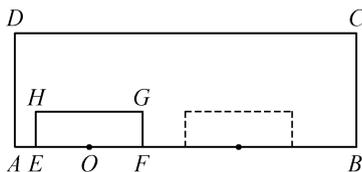
28. (本小题满分 10 分)

如图 1, 小丽借助几何软件进行数学探究: 第一步, 画出矩形 $ABCD$ 和矩形 $EFGH$, 点 E 、 F 在边 AB 上 ($EF < AB$), 且点 C 、 D 、 G 、 H 在直线 AB 的同侧; 第二步, 设置 $\frac{AB}{AD} = m$, $\frac{EF}{EH} = n$, 矩形 $EFGH$ 能在边 AB 上左右滑动; 第三步, 画出边 EF 的中点 O , 射线 OH 与射线 AD 相交于点 P (点 P 、 D 不重合), 射线 OG 与射线 BC 相交于点 Q (点 Q 、 C 不重合), 观测 DP 、 CQ 的长度.

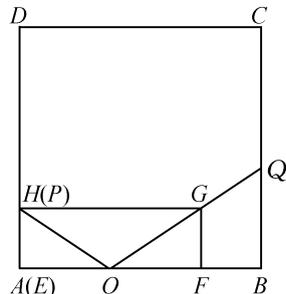
(1) 如图 2, 小丽取 $AB = 4$, $EF = 3$, $m = 1$, $n = 3$, 滑动矩形 $EFGH$, 当点 E 、 A 重合时, $CQ = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$;

(2) 小丽滑动矩形 $EFGH$, 使得 O 恰为边 AB 的中点. 她发现对于任意的 $m \neq n$, $DP = CQ$ 总成立. 请说明理由;

(3) 经过数次操作, 小丽猜想, 设定 m 、 n 的某种数量关系后, 滑动矩形 $EFGH$, $DP = CQ$ 总成立. 小丽的猜想是否正确? 请说明理由.



(图 1)



(图 2)

(第 28 题)